

# 臺指選擇權於不同情境下適用之波動度模型分析 A Study on Volatility Forecasting Models under Different Scenarios – Case of TAIEX Option

程言信

國立高雄應用科技大學 金融資訊研究所 助理教授

陳少萍

國立高雄應用科技大學 金融資訊研究所

## Abstract

In order to evaluate the price of TAIEX options (TXO) accurately, this study applied Historical Volatility model, GARCH Model, Volatility Index (VIX) and Implied Volatility Functions (IVF) to estimate the volatility of option. Moreover, the estimated prices of volatility were inputted into BS model to calculate the theoretical prices, than we could find out the most appropriate model to estimate the volatility through comparing inaccuracy between theoretical prices and realized option prices.

The study shows that no single model can be suited to all deal scenarios of TXO. The investors should choose suitable models according to their needs, and they can acquire the most accurate prices. Classified by the differentials between moneyness and maturity date, and analyzing the inaccuracy of the price, it's the most accurate to adopt GARCH(1,1) model to estimate the volatility in the portion of the call. It's most efficient to choose the evaluation of IVF model in the portion of the put. In addition, no matter what evaluated model, the theoretical prices what you evaluate will diverge from realized prices if only the days which is away from maturity date is longer. In other words, the inaccuracy of the price is more.

**Keyword :** TXO, Volatility, Implied Volatility Function(IVF), GARCH Model

## 壹、導論

台灣期貨交易所於 2001 年 12 月 24 日推出臺指選擇權(簡稱 TXO)，以台灣證交所發行之加權股價指數為標的資產，提供了現貨市場的投資人更多樣的避險方法，使其投資操作更富有彈性。臺指選擇權的交易量逐年增加，交易熱絡的程度已不亞於其他國家，投資人要如何正確評價選擇權的價格，達到避險的效果，可說是非常重要的交易策略。從過去的實證研究指出，最能影響評價準確性的因素為波動度 (Volatility)，然而 Black-Scholes Model (簡稱 BS Model) 在股價的機率分配必須為對數常態分配，且股價報酬率的變異數也是固定不變的常數等假設，皆會造成理論價格的偏誤，因此波動度的估計可說是評價選擇權的價格最為關鍵的要素。

本文利用歷史波動模型(Historical Volatility Model)、GARCH 模型估計標的資產的波動度作為選擇權的波動度，以及透過實際的選擇權之交易資料代入 BS Model 反推導出隱含波動度後，再將隱含波動度代入波動率指數(Volatility Index，簡稱 VIX)和隱含波動函數(Implied Volatility Functions，簡稱 IVF)等模型估計選擇權的波動度，進一步將估計值代入 BS Model 計算各模型下的選擇權理論價格，衡量其與實際價格間的誤差，而誤差大小會影響對 TXO 的評價與預測之準確度，再依據不同的情境彙整出最適合的波動度估計模型。

## 貳、文獻回顧

Latane and Rendleman(1976)以芝加哥選擇權交易所 (簡稱 CBOE)交易的 24 家標的公司為例，自 1973 年 10 月 5 日至 1974 年 6 月 28 日止共計 38 週的資料，依據 BS Model 評價買權價格，計算實際買權的隱含波動度，發現和實際的波動度有高度相關性，尤其在一個相當長的有效期間價平選擇權是最敏感的，但是在一個隱含標準差有很大的改變時，在價內選擇權接近到期日時幾乎不受影響。以 Vega 加權平均方式在每一個觀察日之不同選擇權下的隱含波動度給予不同的權重，可作為選擇權未來波動度的預測。

Canina and Figlewski(1993)以 1983 年 3 月至 1987 年 3 月的 S&P 100 指數選擇權(OEX)為研究樣本，使用較高的抽樣頻率(日頻率)和較短樣本期間(48 個月)的疊代資料預測隱含波動度，發現隱含波動度和未來報酬波動度沒有相關性，推翻了所有選擇權評價理論的基本原則，這樣的結果也引發了更多的後續研究和探討。

Christensen and Prabhala(1998)以 S&P 100 指數選擇權(OEX)自 1983 年 11 月至 1995 年 5 月 (139 個月或大約 11.5 年)為樣本期間，研究資料區分為崩盤前(1983 年 11 月至 1987 年 9 月)、崩盤後(1987 年 12 月至 1995 年 5 月)和所有樣本期間，利用較低的抽樣頻率(每月)、較長期且無疊代關係的樣本資料，對實際波動度和隱含波動度加以比較。結論發現，崩盤前實際波動度的變異數比隱含波動度的變異數還要小，但在崩盤後實際波動度的變異數比隱含波動度的變異數還要大，主要歸因於股市的崩盤發生結構性的改變。另外利用所有樣本期間研究後發現，實際波動度和隱含波動度的分配皆有很高的偏態和高狹峰，相對於 BS Model 對股價的機率分配假設為對數常態分配有所不同。

Dumas, Fleming and Whaley(1998)以 1988 年 6 月至 1993 年 12 月的 S&P500 選擇權為樣本，以定性波動度函數方法(the deterministic volatility function approach)作為選擇權評價方法，研究發現波動度和 Time-adjusted moneyness(價內外程度)隨著履約價格和距到期日的不同，波動度會隨之改變，並出現“微笑狀”的圖形。利用統計檢定不同結構下的波動度估計模型，結果發現越精簡的選擇權評價結構模型越佳，若波動函數未加以精簡會使定性波動度函數方法預測誤差越來越大，如果再加上時間參數，預測結果也將更差。

## 參、研究方法

### 一、Black-Scholes 選擇權評價模型

BS Model 為 1973 年由美國 Black 和 Scholes 兩位經濟學者推導出選擇權訂價模型，其公式如下：

$$C_{BS} = S_t \times N(d_1) - K \times e^{-r(T-t)} \times N(d_2) \quad (1)$$

$$P_{BS} = K \times e^{-r(T-t)} [1 - N(d_2)] - S_t \times [1 - N(d_1)] \quad (2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t / K) + (r + 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (4)$$

其中， $C_{BS}$ ：買權的理論價格； $P_{BS}$ ：賣權的理論價格； $S_t$ ：第  $t$  期的標的資產價格； $T-t$ ：年化選擇權距到期日剩餘時間； $N(d)$ ：標準常態分配的累積機率函數； $K$ ：履約價格； $r$ ：年化的無風險利率； $\sigma$ ：標的資產的波動度。

### 二、波動度估計模型

#### (一) 歷史波動模型(Historical Volatility Model)

一般對標的資產的波動度可以視為標的資產報酬率的標準差，在估計波動度時，會使用固定的時間間隔作為標的資產的觀察期，通常資料越多估計上會越準確，但是波動度會因時間的改變而變動，觀察期包含太多過去的資料對預測未來的波動度會有所偏誤，所以過去的研究多採用移動窗口為 60 天，並且參考 Hull(2006) 將波動度乘上  $\sqrt{T}$  ( $T$  為一年的交易天數，依台灣的交易天數為 252 個交易日) 轉換成年化的標準差，其歷史波動度的計算公式如下：

$$u_{i-m} = \ln(S_{i-m} / S_{i-m-1}) \quad (5)$$

$$\sigma^{\wedge HV} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (u_{i-m} - \bar{u})^2} \quad (6)$$

其中， $S_i$ ：第  $i$  期的指數； $u_i$ ：第  $i$  期的指數報酬率； $\bar{u}$ ： $u_i$  的平均值； $m$ ：觀察值的數目； $\sigma^{\wedge HV}$ ：第  $i$  期的指數報酬率的標準差

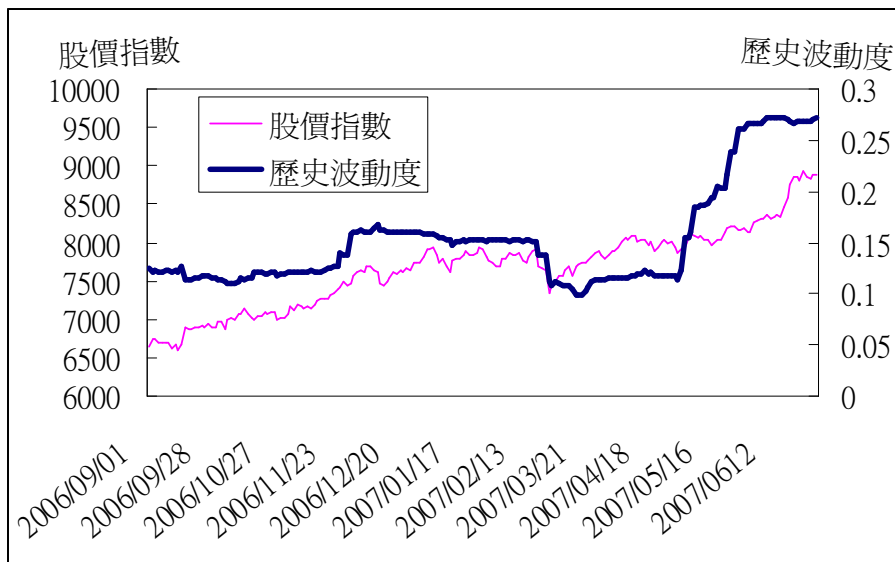


圖 1 台灣加權股價指數和歷史波動度之間的變化

從圖 1 得知台灣加權股價指數的時間趨勢圖出現了波動聚集(volatility clustering)的現象，有大(小)的波動出現之後也會出現大(小)的波動，股價指數的歷史波動度也非固定常數。

(二) 一般化自我迴歸異質條件變異數模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH模型)

1982 年 Engle 提出自我迴歸條件變異數(ARCH)之後，繼而 Bollerslev 於 1986 年提出 GARCH 模型，並廣泛運用在經濟問題上，尤其在金融領域上具有相當的意義。本研究利用 GARCH(1,1)模型描述前一期和當期的變異數和誤差向的關係，其模型設定如下：

$$u_i = \beta \times u_{i-1} + \varepsilon_i \tag{7}$$

$$\sigma_i^2 = \alpha_0 \times \varepsilon_{i-1}^2 + \alpha_1 \times \sigma_{i-1}^2 \tag{8}$$

其中， $\varepsilon_{i-1}^2$  為前一期的殘差平方， $\sigma_{i-1}^2$  為前一期的波動度的平方。

(三) 波動率指數(Volatility Index, VIX)

波動率指數(Volatility Index, VIX)之用途是爲了提供投資人更多的市場訊息，以及衡量投資人對未來市場波動度的預期看法，採用選擇權的隱含波動度加權平均後所估出之指標，則可代表市場未來的波動度預期。

本文參考鄭景文(民93)提出的VIX之編制，估計臺指選擇權的隱含波動度，其計算方式和步驟如表1所示：

表1 VIX之編制

選擇權的形式	成交量最大的三個序列之隱含波動度			平均隱含波動度
買權	$\sigma_{c1}^{iv}$	$\sigma_{c2}^{iv}$	$\sigma_{c3}^{iv}$	$(\sigma_{c1}^{iv} + \sigma_{c2}^{iv} + \sigma_{c3}^{iv})/3 = \sigma_c^{iv}$
賣權	$\sigma_{p1}^{iv}$	$\sigma_{p2}^{iv}$	$\sigma_{p3}^{iv}$	$(\sigma_{p1}^{iv} + \sigma_{p2}^{iv} + \sigma_{p3}^{iv})/3 = \sigma_p^{iv}$
$VIX_{TXO} = (\sigma_c^{iv} + \sigma_p^{iv})/2$				(9)

附註： $\sigma^{iv}$  表示隱含波動度，c表示買權，p表示賣權

資料來源：鄭景文(2004)

本文將 2006 年 9 月 1 日至 2007 年 6 月 29 日間的台灣加權股價指數和 VIX 之間的變化繪成如圖 2 所示，當 VIX 高出以前的水準，預期未來大盤指數將出現上漲的趨勢，若 VIX 低於以前的水準，預期未來大盤指數將出現下跌的趨勢。

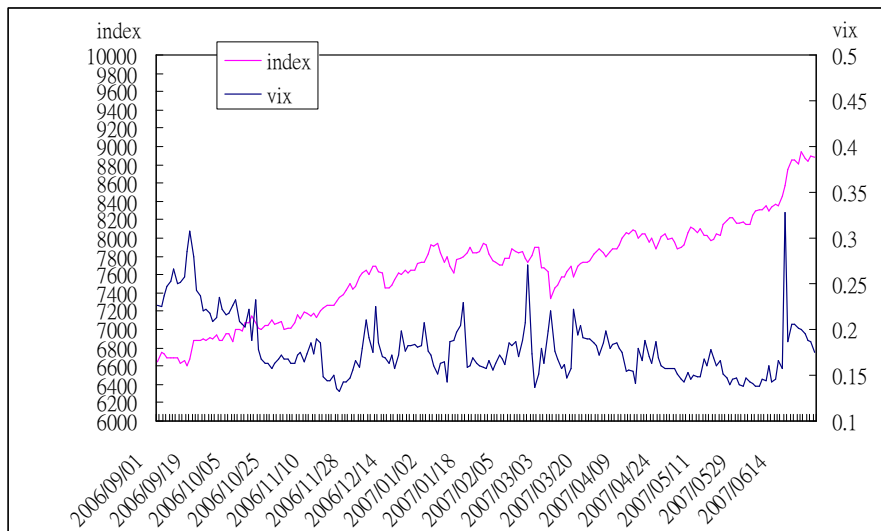


圖 2 台灣加權股價指數和 VIX 之間變化

(四) 隱含波動函數(Implied volatility functions, IVF)

1998 年 Dumas et al.於「Implied volatility functions: Empirical tests」一文中提出 IVF 模型，用迴歸模型估計隱含波動度，迴歸模型中的迴歸因子有履約價格(K)及履約價格

平方項、年化的到期日(T)、到期日平方項、及履約價格與到期日交叉項，再執行最小平方方法(OLS)估算出各迴歸因子的係數，再將各係數代入此迴歸式推估選擇權的波動度後，求出選擇權價值，其波動度估計的步驟如下：

- 1.將已知相關資料代入 BS Model 倒推隱含波動度<sup>1</sup>。
- 2.設定迴歸模型，將隱含波動度及已知相關資料載入模型，執行 OLS 估計，估算出各係數，其迴歸模型如下：

$$\sigma_i = \alpha_0 + \alpha_1 \times K_i + \alpha_2 \times K_i^2 + \alpha_3 \times T_i + \alpha_4 \times T_i^2 + \alpha_5 \times K_i \times T_i + \varepsilon_i \quad (10)$$

- 3.估計出的各係數代入迴歸模型中，進一步估計隱含波動度。
- 4.估計出的隱含波動度再和預設的最小波動度 0.001 取最大值。

$$\hat{\sigma}_i = \max(0.001, \alpha_0 + \alpha_1 \times K_i + \alpha_2 \times K_i^2 + \alpha_3 \times T_i + \alpha_4 \times T_i^2 + \alpha_5 \times K_i \times T_i) \quad (11)$$

### 三、價格誤差的比較準則

過去的研究在誤差比較上通常採用價格誤差、平均絕對誤差和相對價格誤差，並且將樣本資料區分不同的到期日和價內外程度 (Moneyness)計算波動度估計模型的理論價格和市場價格的差異，分別說明如下：

#### (一) 價格誤差(Price Error, 簡稱 PE)

價格誤差可以衡量波動度估計模型下所評價的理論價格，與實際市場價格比較是否有被高估或低估的現象，其誤差值若為正值，其理論價格有被低估，反之，則被高估，其計算公式如下：

$$PE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_i^{\text{mkt}} - \hat{C}_i) \quad (12)$$

其中， $C_i^{\text{mkt}}$ ：選擇權的實際價格； $\hat{C}_i$ ：估計模型下的選擇權理論價格； $n$ ：選擇權的數量

#### (二) 平均絕對誤差(Mean Absolute Error, 簡稱 MAE)

平均絕對誤差衡量理論價格和實際的價格之間的差異性的幅度，若誤差值越小表示估計模型越好，其計算公式如下：

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |C_i^{\text{mkt}} - \hat{C}_i| \quad (13)$$

#### (三) 相對價格誤差(Relative Price Error, 簡稱 RPE)

價格的偏誤若有考量實際價格因素，可以更具體呈現誤差對實際價格的變化和影響程度，其比率大表示誤差對實際價格之變化大，影響也大，反之，則誤差對實際價格之變化小，影響也小，相對價格誤差計算公式如下：

$$RPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((C_i^{\text{mkt}} - \hat{C}_i) / C_i^{\text{mkt}}) \quad (14)$$

### 四、迴歸分析

檢定各估計誤差對模型誤差受到哪些因素的影響，迴歸模型中的被解釋變數為價格誤差、平均絕對誤差和相對價格誤差，解釋變數有選擇權價內外程度、到期日的天數(T)和各模型估計的波動度( $\sigma$ )，其複迴歸式如下：

註<sup>1</sup>：本文係透過 Matlab 軟體中的 finance toolbox 之 blsimpv.m 函數求出隱含波動度。

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

$$H_1 : \alpha_j \text{ 至少有一個不為 } 0, j=1,2,3$$

$$PE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \quad (15)$$

$$MAE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \quad (16)$$

$$RPE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \quad (17)$$

檢定上述迴歸式對誤差是否有解釋能力，進一步衡量上述每一個解釋變數對誤差是否具有解釋能力。

### 肆、實證分析

#### 一、資料來源

##### (一) 台灣證券交易所加權股價指數

本文的資料係採用台灣證券交易所發行量加權股價指數(TAIEX)每日收盤價格，樣本期間為 2006 年 9 月 1 日至 2007 年 6 月 29 日共計 203 個交易日的收盤價格。

##### (二) 台灣期貨交易所股價指數選擇權

採用台灣期貨交易所股價指數選擇權，樣本期間為 2006 年 9 月 1 日至 2007 年 6 月 29 日的臺指選擇權。資料剔除的條件為：(1)當日的收盤價和成交量為零的選擇權；(2)距到期日未滿一日的選擇權；(3)波動度不合理的選擇權<sup>2</sup>。

##### (三) 無風險利率

以往研究文獻中，實證資料的無風險利率通常採用政府公債或國庫券的利率，但是我國的政府公債或是國庫券相關資料較缺乏，所以本文採用台灣銀行一年期定期存款利率作為 BS Model 中的無風險利率。

##### (四) 臺指選擇權價內外程度和不同的到期日之分類

以 Sofiane(2005)提出選擇權的價內外程度(S/K，S：標的資產 K：履約價格)分類表如表 2，作為區分本實證資料的買賣權價內外程度的依據。

表 2 買賣權價內外程度分內表

買權價內外程度	範圍	賣權價內外程度
深度價外	S/K < 0.94	深度價內
價外	0.94 ≤ S/K < 0.97	價內
價平	0.97 ≤ S/K < 1	價平
	1 ≤ S/K < 1.03	
價內	1.03 ≤ S/K < 1.06	價外
深度價內	S/K ≥ 1.06	深度價外

資料來源：Sofiane(2005)

註<sup>2</sup>：波動度不合理的選擇權一般為流動性較差，與收盤價格偏誤的不合理資料。

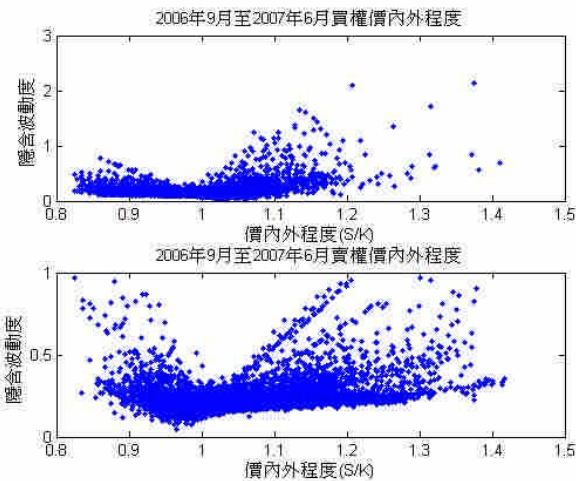


圖 3 隱含波動度的價內外程度(S/K)

從圖 3 得知，在買權之價平附近時的交易量最多，其隱含波動度比價外和價內時較小，在深度價內的隱含波動度較大且較發散；不過賣權則在價外附近時的交易量最多，其隱含波動度在價平時最低，在深度價外的隱含波動度較大且較發散。

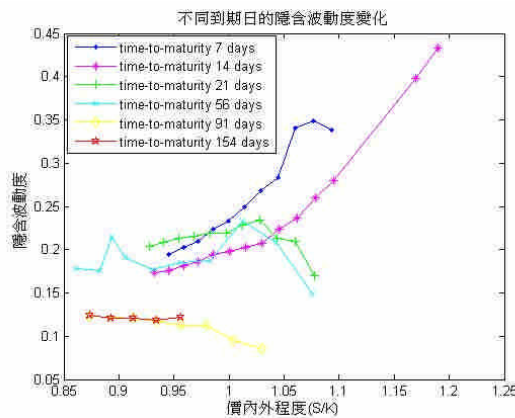


圖 4 2006 年 9 月 1 日買權不同的到期日隱含波動度變化

從圖 4 可知，波動度微笑(volatility smile)的現象會隨著距到期日的天數越長而有收斂的現象，微笑狀的圖形會變得較為平坦。

上述的實證結果足以證明 BS Model 下的波動度為常數之假設是不成立的，以下本文以不同的波動度估計模型估算波動度的估計值，將波動度估計值代入 BS Model 評價其價格，再與實際價格比較，求出誤差值進行分析，找出適合臺指選擇權的估計模型。

本文將 2007 年 6 月的 TXO 視為樣本外資料，共計 20 個交易日，依不同的到期天數和價內外程度細分為 18 種類，如表 3 所示：



表 3 依價內外程度與到期日分類之買、賣權樣本外個數

買權					賣權				
交易量	距到期期間				交易量	距到期期間			
價內外 /到期日	≤30	30~60	≥60	total	價內外 /到期日	≤30	30~60	≥60	total
<0.94	70	58	96	224	<0.94	23	1	22	46
0.94~0.97	79	62	63	204	0.94~0.97	58	7	8	73
0.97~1.00	78	59	55	192	0.97~1.00	75	28	16	119
1.00~1.03	65	50	47	162	1.00~1.03	71	39	37	147
1.03~1.06	25	18	27	70	1.03~1.06	73	55	42	170
≥1.06	20	5	15	40	≥1.06	278	179	280	737
樣本外	337	252	303	892	樣本外	578	309	405	1292

資料來源：本研究整理

二、價格誤差分析

為進行各波動模型評價的理論價格和實際價格之分析，以 2007 年 6 月 1 日至 6 月 29 日的 TXO 買賣權的資料為例，透過不同的波動度估計模型求出波動度估計值，代入 BS Model 計算理論價格，再以實際的實際價格加以比較，資料彙整後如圖 5 和圖 6 所示。

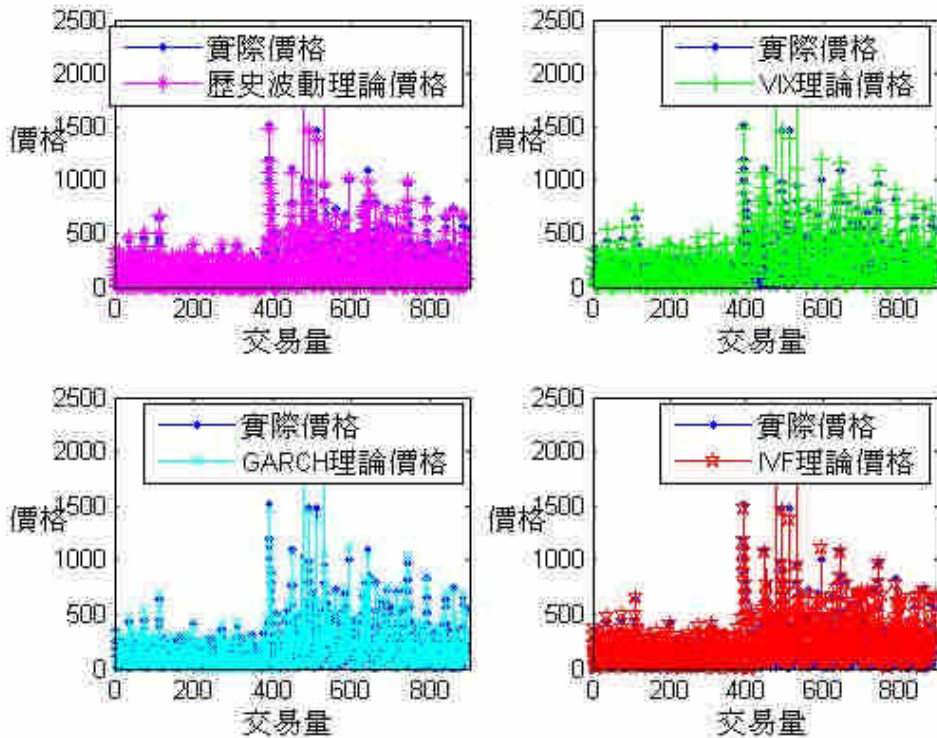


圖 5 不同模型的買權理論價格與實際價格之間的變化



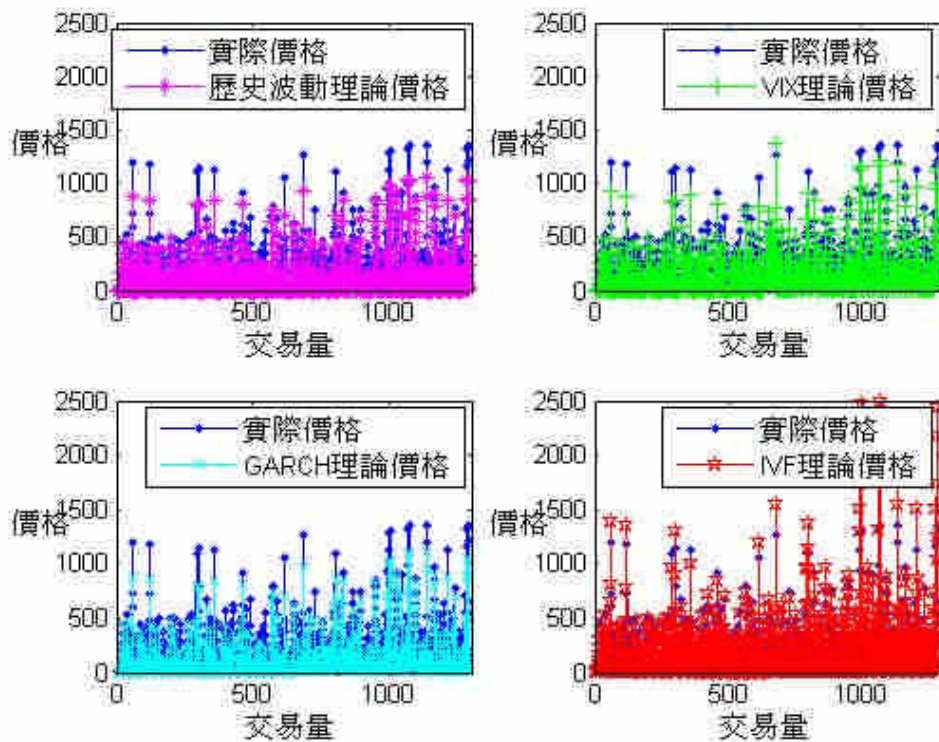


圖 6 不同模型的賣權理論價格與實際價格之間的變化

從圖 5 和圖 6 觀察得知，在不同模型的買賣權理論價格與實際價格差異性不大，以下使用價格誤差比較準則分析各估計模型的準確度。

#### (一) 價格誤差(Price Error, 簡稱 PE)

本文以 2007 年 6 月的樣本作為樣本外資料，依不同到期天數和價內外程度細分為 18 類，使用價格誤差分析各分類不同的波動度估計模型所評價的理論價格與實際價格之間的平均誤差，可以依平均值判別各波動度估計模型所估計的理論價格是否有被高估或低估的現象。

從圖 7 可知在買權的部分，小於或等於 30 天和介於 30 和 60 天的到期日下的深度價外、價外和價平，以使用 GARCH(1,1)模型估計效果最好，歷史波動度模型效果次之，不過兩者的理論價格皆有被高估的現象。大於或等於 60 天的到期日的深度價外和價外，亦是 GARCH(1,1)模型估計誤差最小，但是在價平和深度價內時使用 IVF 模型估計，其效果較佳且理論價格有被高估的現象；使用 VIX 模型估計買權的波動度效果較差，僅有在小於或等於 30 天和介於 30 和 60 天的到期日的深度價外的平均誤差值最小，為所有模型中最佳的，其理論價格幾乎都被低估。

在賣權的部分，在各模型所估計的理論價格與實際價格的平均誤差如圖 8 所示，幾乎以 IVF 模型估計平均誤差最小，使用 IVF 模型估計賣權的波動度表現出最好的效果，不過其理論價格在不同的到期日有被低估或高估的現象。

本研究亦發現無論何種估計模型，距到期日天數越長，價格誤差也會越大。

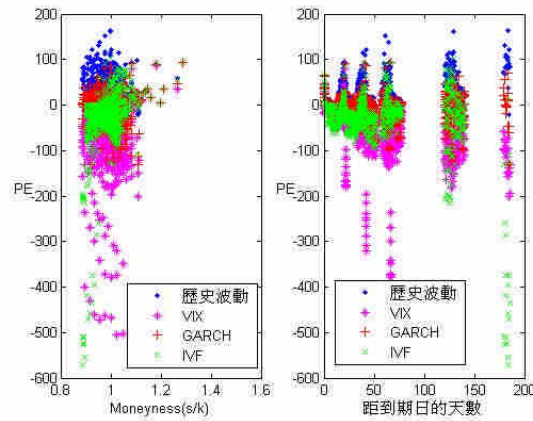


圖 7 不同波動度估計模型的買權 PE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

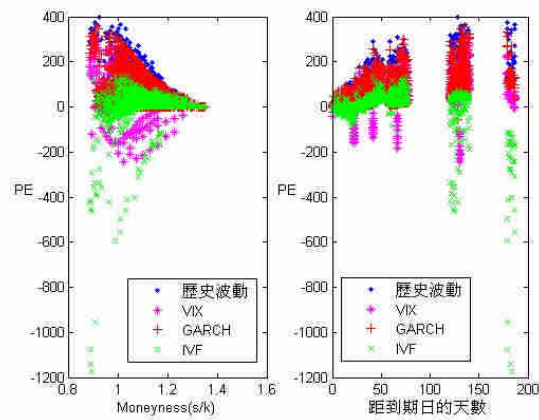


圖 8 不同波動度估計模型的賣權 PE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

(二) 平均絕對誤差(Mean Absolute Error,簡稱 MAE)

平均絕對誤差衡量理論價格和實際的價格之間的差異性的幅度，若誤差值越小表示估計模型越好。將各波動度估計模型所估計的 MAE 以價內外程度和到期日的天數繪製成如圖 9 所示。結果顯示，在買權的部分以使用 GARCH(1,1)模型估計的效果最好；在賣權的部分如圖 10 所示，以 IVF 模型估計效果最佳。

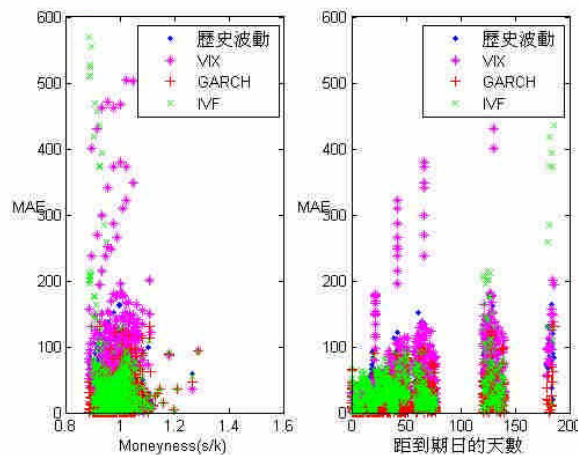


圖 9 不同波動度估計模型的買權 MAE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

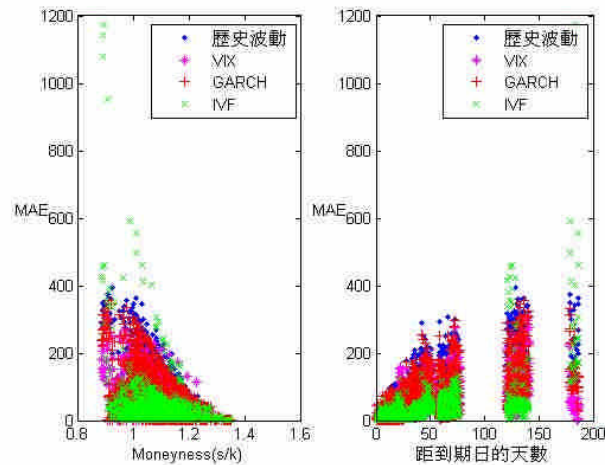


圖 10 不同波動度估計模型的賣權 MAE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

### (三) 相對價格誤差(Relative Price Error, 簡稱 RPE)

價格的偏誤若加入實際價格作為考量因素,可以更具體呈現誤差對實際價格的變化和影響的程度。從圖 11 可知,在買權的部分與上述兩種價格誤差比較準則的結果相似,皆是以 GARCH(1,1)模型估計的效果最好,若比率較大表示誤差對實際價格的變化大,影響也大,反之,則誤差對實際價格的變化小,影響也小。

從圖 12 得知在賣權的部分,對價內外程度和距到期日天數的不同分類幾乎均以 IVF 模型所估計的誤差對實際的價格變化最小和影響最小。

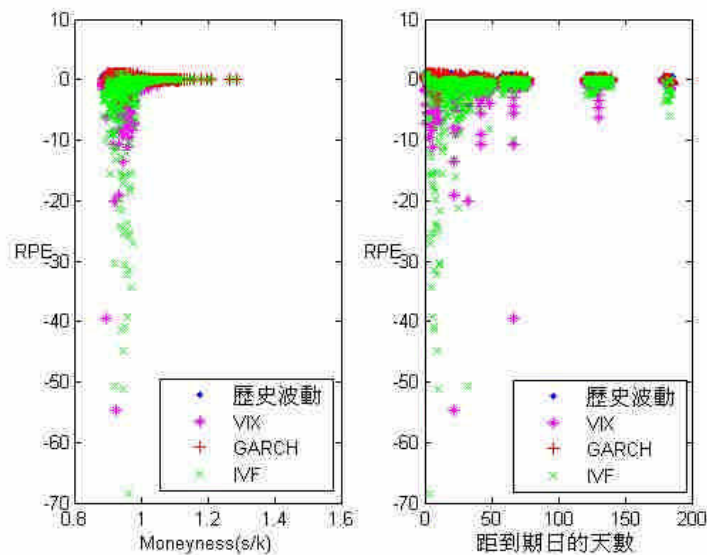


圖 11 不同波動度估計模型的買權 RPE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

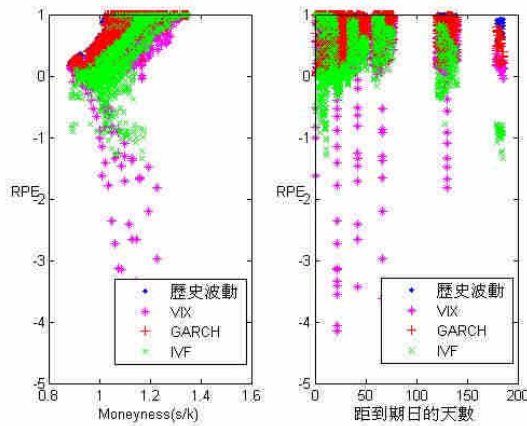


圖 12 不同波動度估計模型的賣權 RPE 分別和價內外程度(S/K)、到期日天數之關係

(四) 綜合評析

綜合上述實證分析，本文發現沒有任何一個單一模型適用於所有臺指選擇權的交易情境，必須依其需求選擇適用的預測模型，才能獲得最精確的評價，經彙整歸納以下結論，並如表 4、5 所示。

- 一、在 PE 分析方面，大體而言買 權或賣權在不同到期日和價內外程度下，分別以 GARCH(1,1)和 IVF 等兩種模型有較佳的估計效果。
- 二、在 MAE 分析方面，在買權的部份同樣以 GARCH(1,1)的效果最佳，不過 IVF 在到期日大於或等於 60 天的價平選擇權也表現不俗；在賣權部份則幾乎以 IVF 的績效最佳，不過距到期日越長，預測力較差。
- 三、在 RPE 分析方面，在買權的部份也是 GARCH(1,1)表現最優，若到期日大於或等於 60 天的選擇權是以 IVF 模型有較佳的效果；在賣權的部份，大致上是以 IVF 為最適的估計模型。
- 四、不論在 PE、MAE 和 RPE 之分析買賣權在不同的情境下所使用的最適估計模型，結果大致上都相同。
- 五、本研究亦發現，不論在任何估計模型下，距到期日天數越長，價格誤差也會越大。

表 4 買權不同情境下最適用之 TXO 預測模型彙整

價內外程度/到期日	距到期期間		
	≤ 30	30~60	≥ 60
< 0.94	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)
0.94~0.97	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)
0.97~1.00	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)	IVF
1.00~1.03	GARCH(1,1)	GARCH(1,1)、 歷史波動模型	IVF
1.03~1.06	GARCH(1,1)、IVF	歷史波動模型	VIX、IVF、歷史波動模型
≥ 1.06	VIX	GARCH(1,1)、VIX	歷史波動模型、IVF

資料來源：本研究整理



表 5 賣權不同情境下最適用之 TXO 預測模型彙整

價內外程度/到期日	距到期期間		
	≤30	30~60	≥60
<0.94	IVF、VIX	IVF	VIX
0.94~0.97	IVF	IVF	IVF、VIX
0.97~1.00	IVF、VIX	IVF	IVF
1.00~1.03	IVF	IVF	IVF
1.03~1.06	IVF	IVF	IVF
≥1.06	IVF	IVF、VIX	IVF

資料來源：本研究整理

### 三、檢定價格誤差(PE)、平均絕對誤差(MAE)和相對價格誤差(RPE)和影響模型誤差因素之迴歸分析

檢定各估計誤差對模型誤差受到哪些因素的影響。迴歸模型中的被解釋變數為價格誤差(PE)、平均絕對誤差(MAE)和相對價格誤差(RPE)，解釋變數有選擇權價內外程度(S/K，S為標的資產價格、K為履約價格)、到期日的天數(T)和各模型估計的波動度( $\sigma$ )，其複迴歸式如下：

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

$$H_1: \alpha_j \text{ 至少有一個不為 } 0, j=1,2,3$$

$$PE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \dots \varepsilon \sim N(0, s^2) \quad (18)$$

$$MAE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \dots \varepsilon \sim N(0, s^2) \quad (19)$$

$$RPE = \alpha_0 + \alpha_1 \times \frac{S}{K} + \alpha_2 \times T + \alpha_3 \times \sigma + \varepsilon \dots \varepsilon \sim N(0, s^2) \quad (20)$$

檢定此迴歸式對誤差是否有解釋能力，進一步衡量上述每一個解釋變數對誤差是否具有影響能力，各波動度模型之誤差值會受到哪些因素之影響，本文分別以買賣權來區分說明。

#### (一) 就買權而言

1、在歷史波動模型中，價格誤差(PE)受到期日與波動度估計值顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受價內外程度(S/K)、到期日與波動度估計值顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受價內外程度(S/K)與到期日顯著的負向影響。

2、在 VIX 模型中，價格誤差(PE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響；平均絕對誤差(MAE)受價內外程度(S/K)、到期日與波動度估計值顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受價內外程度(S/K)與到期日顯著的正向影響，而波動度估計值顯著的負向影響。

3、在 GARCH(1,1)模型中，價格誤差(PE)受價內外程度(S/K)、期日與波動度估計值顯著的負向影響；平均絕對誤差(MAE)受價內外程度(S/K)、到期日與波動度估計值顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受價內外程度(S/K)、到期日與波動度估計值顯著的負向影響。

4、在 IVF 模型中，價格誤差(PE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響，而價內外

程度(S/K)有顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受價內外程度(S/K)、到期日與波動度估計值顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受價內外程度(S/K)與到期日顯著的正向影響，而波動度估計值顯著的負向影響。

## (二) 就賣權而言

1、在歷史波動模型中，價格誤差(PE)受價內外程度(S/K)顯著的負向影響，而到期日顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受價內外程度(S/K)顯著的負向影響，而到期日顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受價內外程度(S/K)顯著的正向影響，而波動度估計值顯著的負向影響。

2、在 VIX 模型中，價格誤差(PE)受價內外程度(S/K)與波動度估計值顯著的負向影響，而到期日有顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受到價內外程度(S/K)顯著的負向影響，而到期日顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響，而價內外程度(S/K)顯著的正向影響。

3、在 GARCH(1,1)模型中，價格誤差(PE)受價內外程度(S/K)與波動度估計值顯著的負向影響，而到期日顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受到期日與波動度估計值顯著的正向影響，而價內外程度(S/K)顯著的正向影響；相對價格誤差(RPE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響，而價內外程度(S/K)顯著的正向影響。

4、在 IVF 模型中，價格誤差(PE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響，而價內外程度(S/K)顯著的正向影響；平均絕對誤差(MAE)受到期日與波動度估計值顯著的正向影響，而價內外程度(S/K)顯著的負向影響；相對價格誤差(RPE)受到期日與波動度估計值顯著的負向影響，而價內外程度(S/K)顯著的正向影響。

總之，無論就買權或賣權而言，IVF 模型其平均變數解釋能力優於 GARCH(1,1)模型、VIX 模型與歷史波動模型。

至於在各種模型中，賣權迴歸式之  $R^2$  值皆高於買權迴歸式，顯示賣權的迴歸式當中之解釋變數，相較於買權，較具有影響價格誤差之解釋能力，由此推斷，買權的迴歸式當中除了價內外程度、到期日的天數和波動度等解釋變數外，應尚有更具解釋能力的變數未納入迴歸式當中，初步假設如成交量和無風險利率等變數，惟是否確實具有影響能力仍有待後續進一步驗證。

## 伍、結論

投資人一旦進入金融市場交易，即必須面對風險和報酬之間的變化，而選擇權商品則提供了投資一種避險的管道。本文以 BS Model 作為選擇權評價模型，分析選擇權的價值是否及如何受到標的資產、履約價格、無風險利率、到期日的天數和波動度等因素之影響，發現其中以受到波動度的變化影響最為關鍵，因此，如何在不同的情境下找出適合之選擇權波動度預測模型，極為重要。

本研究發現，沒有任何一個單一模型適用於所有的臺指選擇權的交易情境，投資人

應依其需求選擇適用的預測模型，才能獲得最精確的評價。將價內外程度和到期日的不同加以分類，並以價格誤差的比較準則分析在不同的情境下的買賣權最適之波動度估計模型，結果顯示，在買權方面使用 GARCH(1,1)模型估計波動度最為準確，至於大於 60 天的到期日下的價平、價內和深度價內的買權，則以 IVF 模型預測能力最佳；在賣權部分，幾乎以 IVF 模型的估計效果最好。此外也發現，不論就何種估計模型，距離到期日天數越長，所估計出的理論價格會越偏離實際價格，價格誤差也會越大。綜合而言，無論買權或賣權的波動度估計模型，其適用於距到期日的天數以 60 天之內為宜，超過 60 天即無法進行有效的預測。



## 參考文獻

1. 陳昶旭，“不同波動性估計模型下台指選擇權評價績效比較”，東吳大學企業管理系碩士論文，民國九十二年六月。
2. 黃怡佳，“選擇權評價模型之實證分析-以台指選擇權及 S&P 500 選擇權為例”，國立高雄應用科技大學金融資訊研究所碩士論文，民國九十五年六月。
3. 郭蘋慧，“臺指選擇權評價及風險值估計”，國立高雄應用科技大學金融資訊研究所碩士論文，民國九十六年六月。
4. 鄭景文，“波動率指數(VIX)的應用”，建華投資月刊，民國九十三年五月。
5. Black F. and Scholes M., 1973, “*The valuation of options and corporate liabilities*”, *Journal of Political Economy* 81, 637–654.
6. Beckers, S., 1981, “*Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price variability*”, *Journal of Banking and Finance* 5, 363-381.
7. Canina, L. and Figlewski S., 1993, “*The information content of implied volatility*”, *Review of Financial Studies* 6, 659-681.
8. Christensen, B. J. and Prabhala N. R., 1998, “*The relation between implied and realized volatility*”, *Journal of Financial Economics* 50, 125–150.
9. Dumas, B., Fleming, J. and Whaley, R. E., 1998, “*Implied Volatility Functions: Empirical Tests*”, *Journal of Finance* 53, No.6, 2059-2106.
10. Balaban, E., Aslibayer, and Robert W.FAFF, 2006, “*Forecasting Stock Market Volatility: Future. International Evidence*”, *The European Journal of Finance* 12, No.2, 171-188.
11. Latane, H. A. and Rendleman, R. J., 1976, “*Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices*”, *Journal of Finance* 31, No. 2, 369-381.
12. Louis, E. and Wei, G., 2004, “*The information frown in option prices*”, *Journal of Banking & Finance* 29, 1429-1457.
13. Hull, J. C., 2006, “*Options, Futures and Other Derivative Securities (6th edition)*”, Englewood Cliffs, Prentice Hall.
14. Sofiane ABOURA, 2005, “*GARCH Option Pricing Under Skew*”, *The ICFAI Journal of Applied Economics* 6, 78-86.